



Komitet Elektrotechniki

Posiedzenie Sekcji Teorii Pola i Obwodów Elektrycznych

20 stycznia 2022 r.



Modelowanie szerokopasmowych zagadnień elektromagnetycznych w materiałach złożonych

Bogusław Butryło

Białystok, 20 stycznia 2022 r.

Plan prezentacji

- Uzasadnienie tematyki
- Sformułowanie zagadnienia
- Odwzorowanie struktury
- Modelowanie dielektryków: dyspersja elektryczna
- Szerokopasmowa metoda FETD
- Przykłady: układy z materiałami dyspersyjnymi
- Ujednorodnienie: schemat działania
- Podsumowanie

Autorzy prac, współpracownicy

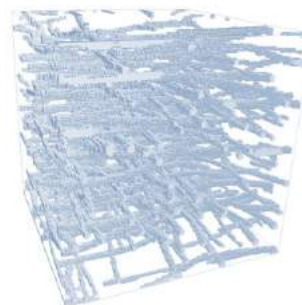
**Katedra
Elektrotechniki,
Energoelektroniki
i Elektroenergetyki**

- dr hab. inż. Bogusław Butryło, prof. PB
- dr inż. Agnieszka Choroszucho
- dr inż. Adam Steckiewicz

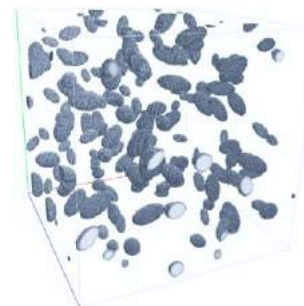


Uzasadnienie tematyki

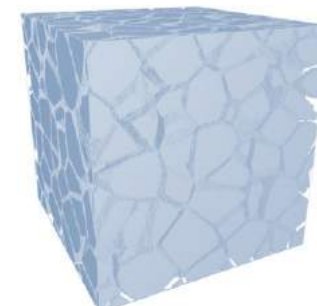
- Zjawiska elektromagnetyczne w materiałach o złożonej strukturze:
 - odwzorowanie właściwości fizycznych;
 - ocena materiałów ze względu na funkcjonalnie nowe właściwości.
- Wyznaczanie i odwzorowanie właściwości materiałowych, parametry zastępcze.
- Układy robocze ze złożonymi materiałami.



Inkluzje: włókna



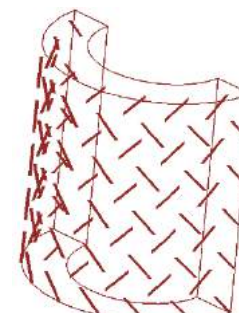
Inkluzje: elipsoidalne



Struktury komórkowe



Periodyczne dielektryki



Periodyczne: dielektryk - metal



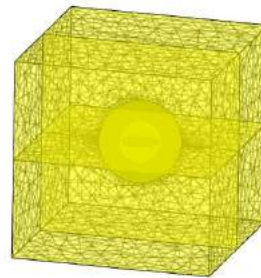
Periodyczne planarne
(przewodniki)

Uzasadnienie tematyki: metody numeryczne

- Metody analizy numerycznej:
 - metody odwzorowania struktury, dyskretyzacja obszaru;
 - schematy obliczeniowe.
- Zastosowanie przetwarzania równoległego.

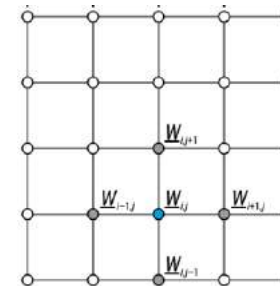
FETD

*Finite element
time domain
(edge elements)*



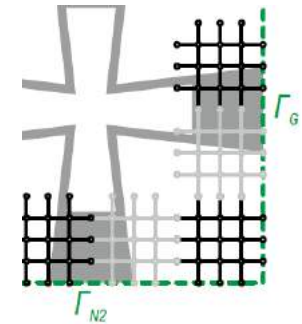
FDFD / FDTD

*Finite difference
frequency / time
domain
(Yee scheme)*



FD-I

*Finite difference-
integration*



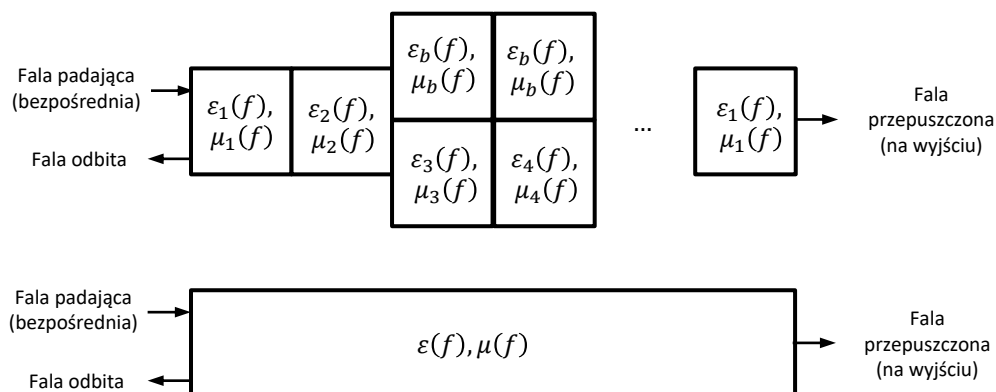
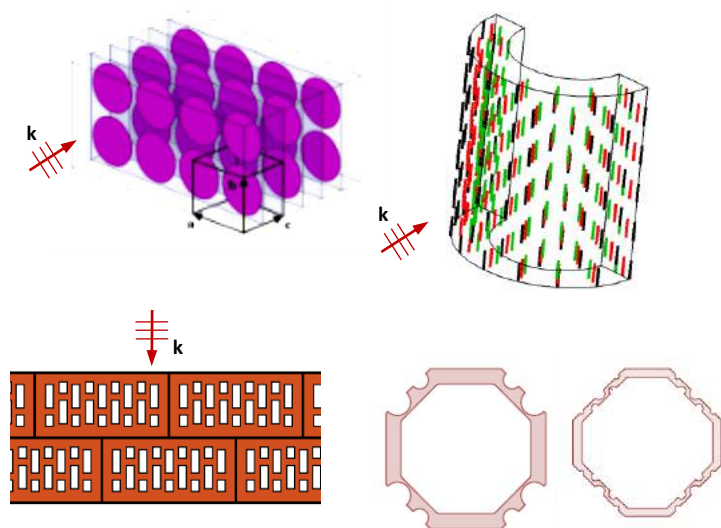
Sformułowanie zagadnienia

Czynniki wpływające na efektywne właściwości materiałów złożonych:

- struktura materiału: kompozyty warstwowe, hybrydowe (cząsteczkowe), polimerowe (włóknowe);
- rodzaj materiałów składowych;
- szerokopasmowe właściwości materiałów (dyspersja elektryczna);
- geometria metakomórek.

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$



Odwzorowanie struktury

$$\nabla \times \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \nabla \times \mathbf{E} + \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2} = 0$$

$$\mathbf{H} = -\frac{1}{\mu_0} \int_0^t \nabla \times \mathbf{E} dt$$

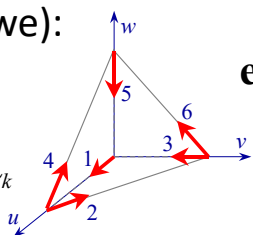
Model przewodników

Model dielektryków

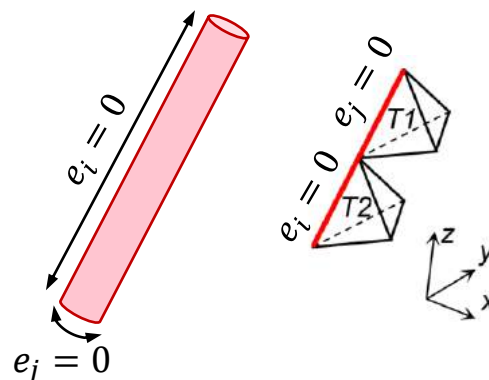
- Obszar odwzorowany przez dane materiałowe.
- Odwzorowanie przez dobrane elementy (funkcje bazowe, warunki brzegowe):

$H(rot, \Omega)$:

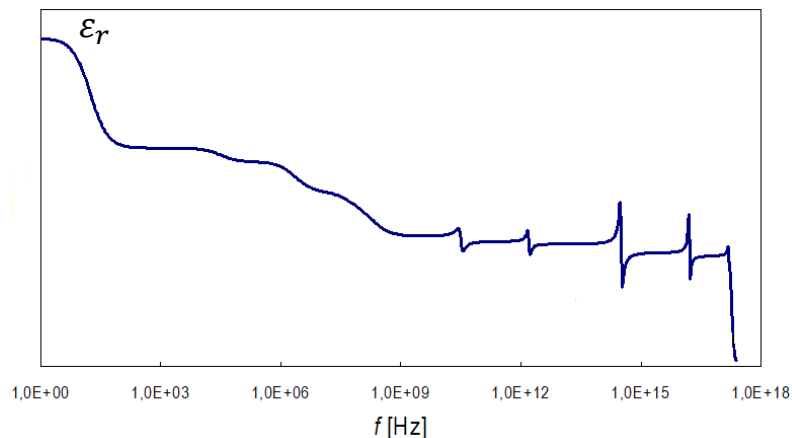
$$\mathbf{W}_i = \lambda_k \nabla \lambda_m - \lambda_m \nabla \lambda_k$$



$$\mathbf{e}(t) = \sum_{i=1}^{N_k} E_i(t) \mathbf{W}_i$$



Modelowanie dielektryków: dyspersja elektryczna



$$\underline{\chi}(\omega) = \chi'(\omega) - j\chi''(\omega)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_\infty \mathbf{E} + \varepsilon_0 \chi * \mathbf{E}$$

$$\underline{\chi}(\omega)$$

rzędu całkowitego

rzędu ułamkowego

jednoparametrowe

dwuparametrowe

Debye
Lorentz
Rocard-Powles-Debye

Cole-Cole
Davidson-Cole
Kohlrausch-Williams-Watts
Fuoss-Kirkwood
inne

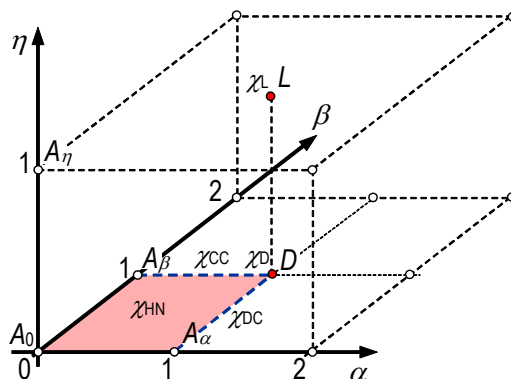
Havriliak-Negami
Dissado-Hill
Jonscher
inne

Modelowanie dielektryków: dyspersja elektryczna

$$\underline{\varepsilon}_r(\omega) = \varepsilon_\infty + \sum_{p=1}^P \underline{\chi}_p(\omega)$$

$$\underline{\chi}_D(\omega) = \frac{\Delta_\varepsilon}{1 + j\omega\tau}$$

$$\underline{\chi}_L(\omega) = \frac{\Delta_\varepsilon \omega_0^2}{\omega_0^2 + 2j\omega\nu - \omega^2}$$



$$\underline{\chi}_{HN}(\omega) = \frac{\Delta_\varepsilon}{(1 + (j\omega\tau)^\alpha)^\beta}$$

$$\underline{\chi}(\omega) = \frac{\Delta_\varepsilon}{\left(1 + \left(j\frac{\omega\nu}{\omega_0^2}\right)^\alpha\right)^\beta + \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{2\eta}}$$

$$\underline{\chi}_p(\omega) \equiv \underline{\chi}_D(\omega) = \frac{a_p \Delta_\varepsilon}{1 + j\omega\tau_p}$$

$$\underline{\chi}_p(\omega) \equiv \underline{\chi}_L(\omega) = \frac{a_p \Delta_\varepsilon \omega_{0,p}^2}{\omega_{0,p}^2 + 2j\omega\nu_p - \omega^2}$$

Szerokopasmowa metoda FETD

$$\underline{\varepsilon}_r(\omega) = \varepsilon_\infty + \sum_{p=1}^P \underline{\chi}_p(\omega)$$

$$\mathbf{D}(t) = \varepsilon_0 \varepsilon_\infty \mathbf{E}(t) + \varepsilon_0 \sum_{p=1}^P \Phi_p e^{-\varphi_p t} * \mathbf{E}(t)$$

$$\underline{\chi}_D(\omega) = \frac{\Delta \varepsilon}{1 + j\omega\tau} :$$

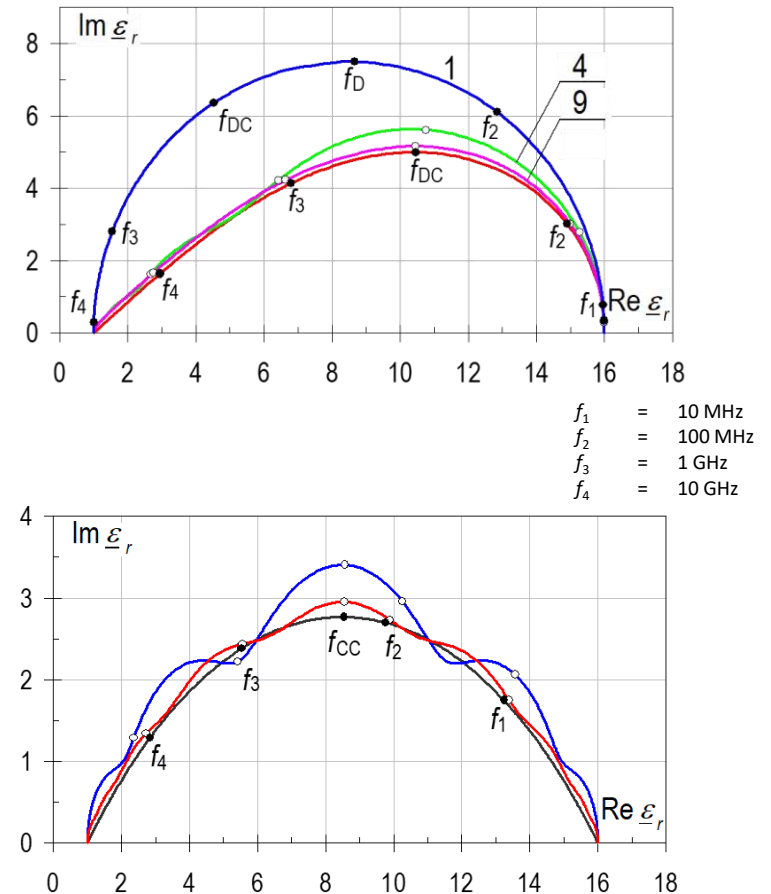
$$\Phi_p(t) = \frac{\Delta \varepsilon}{\tau_p}$$

$$\varphi_p(t) = \frac{1}{\tau_p}$$

$$\underline{\chi}_L(\omega) = \frac{\Delta \varepsilon \omega_0^2}{\omega_0^2 + 2j\omega\nu - \omega^2} :$$

$$\Phi_p(t) = -j \frac{\Delta \varepsilon \omega_{0,p}^2}{\omega_{d,p}}$$

$$\varphi_p(t) = \nu_p - j\omega_{d,p}$$



Szerokopasmowa metoda FETD

$$\nabla \times \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \nabla \times \mathbf{E} + \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \varepsilon_0 \varepsilon_\infty \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \sum_{p=1}^P \varepsilon_0 a_p \frac{\partial^2 \mathbf{c}_p}{\partial t^2} = 0$$

$$\underline{\mathbf{c}}_1(t) = \underline{\chi}_1(t) * \mathbf{E}(t) \longrightarrow$$

$$\underline{\mathbf{c}}_2(t) = \underline{\chi}_2(t) * \mathbf{E}(t) \longrightarrow$$

$\vdots$

$$\underline{\mathbf{c}}_p(t) = \underline{\chi}_p(t) * \mathbf{E}(t) \longrightarrow$$

$\vdots$

$$\underline{\mathbf{c}}_P(t) = \underline{\chi}_P(t) * \mathbf{E}(t) \longrightarrow$$

$$\begin{array}{l} \uparrow \\ \mathbf{c}_1 = \text{Re } \underline{\mathbf{c}}_1(t) \end{array}$$

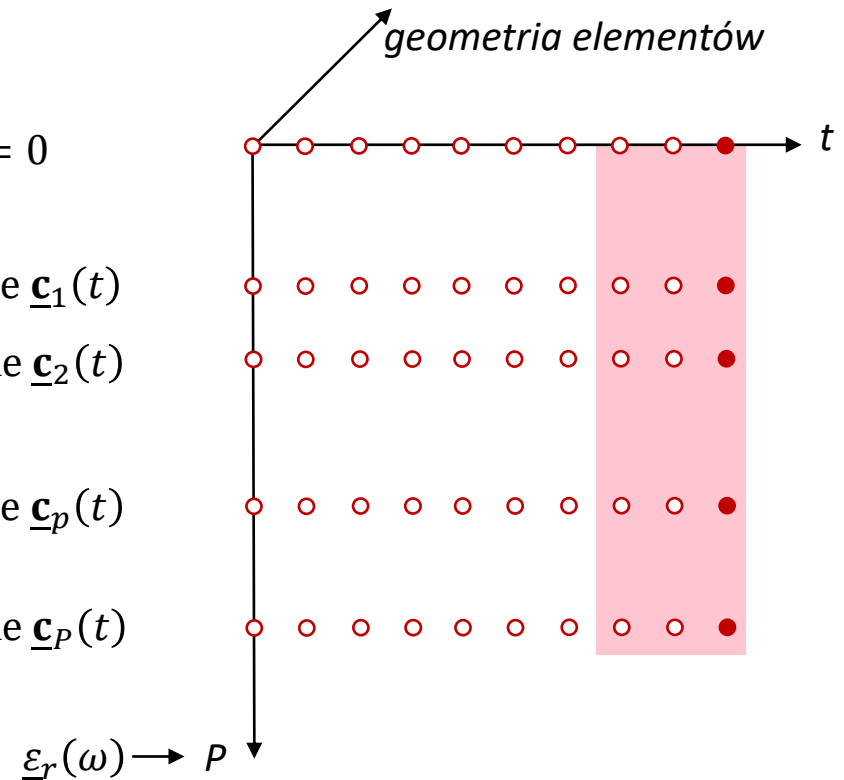
$$\begin{array}{l} \uparrow \\ \mathbf{c}_2 = \text{Re } \underline{\mathbf{c}}_2(t) \end{array}$$

$\vdots$

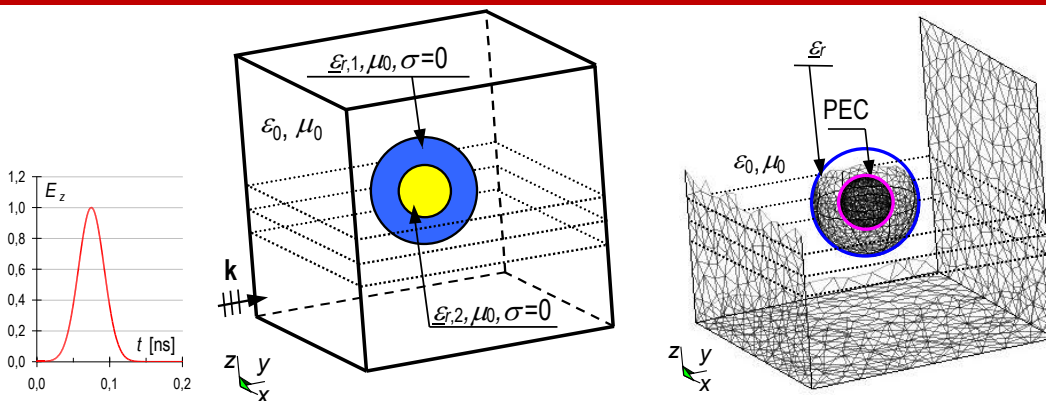
$$\begin{array}{l} \uparrow \\ \mathbf{c}_p = \text{Re } \underline{\mathbf{c}}_p(t) \end{array}$$

$\vdots$

$$\begin{array}{l} \uparrow \\ \mathbf{c}_P = \text{Re } \underline{\mathbf{c}}_P(t) \end{array}$$

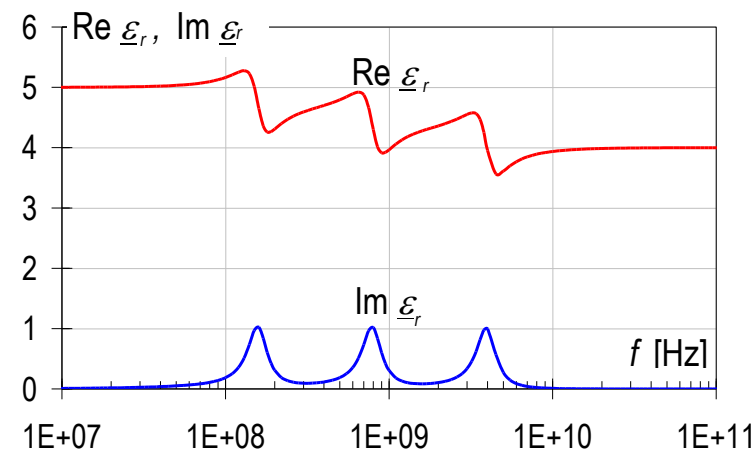


Przykład: układ z dyspersją rezonansową

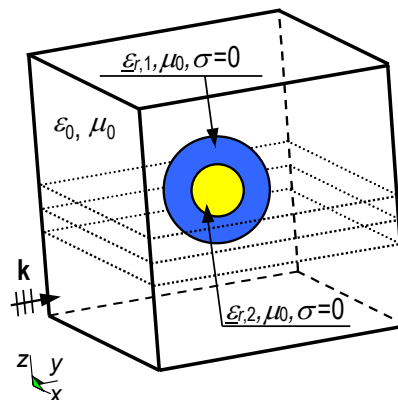
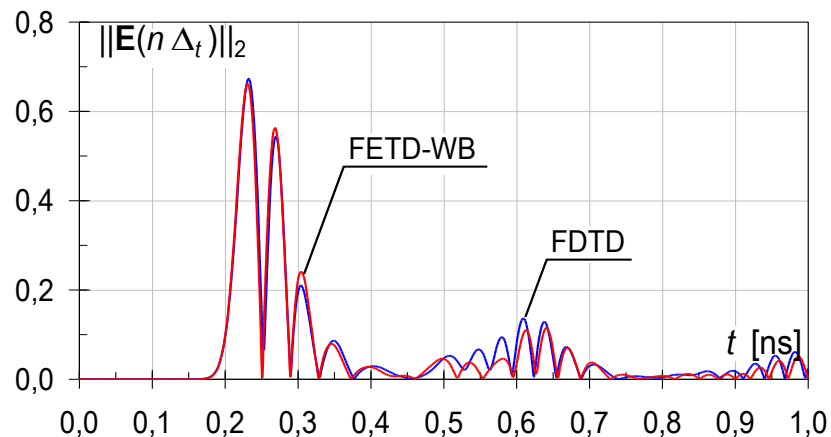
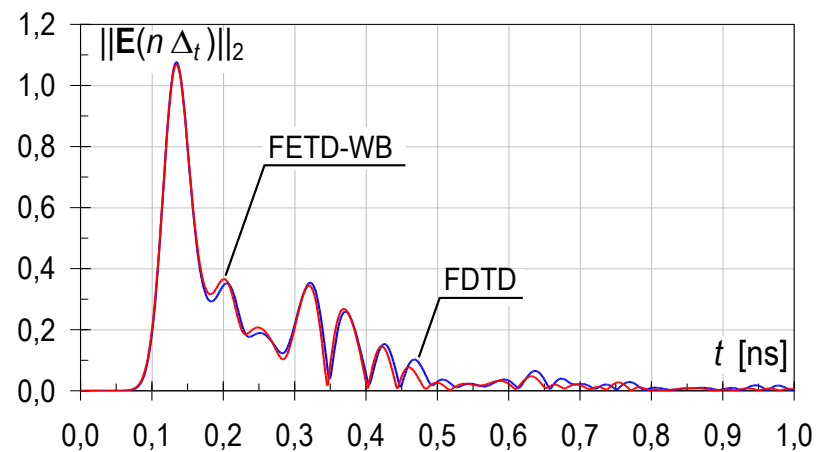


- Powłoka dyspersyjna o właściwościach wąskopasmowych.

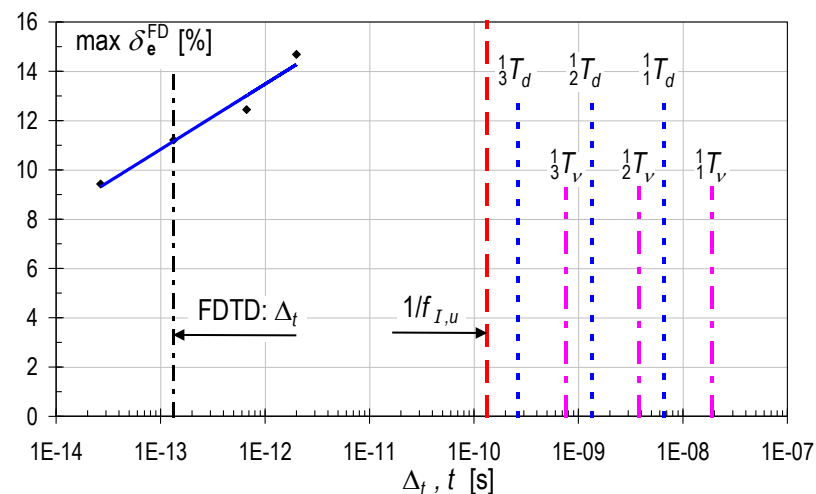
$$\underline{\varepsilon}(\omega) = 4 + \sum_{s=1}^3 \frac{1}{3} \frac{\omega_{0,s}^2}{\omega_{0,s}^2 + 2j\omega\nu_s - \omega^2}$$



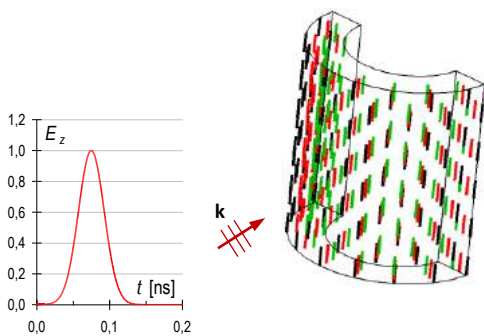
Przykład: układ z dyspersją rezonansową



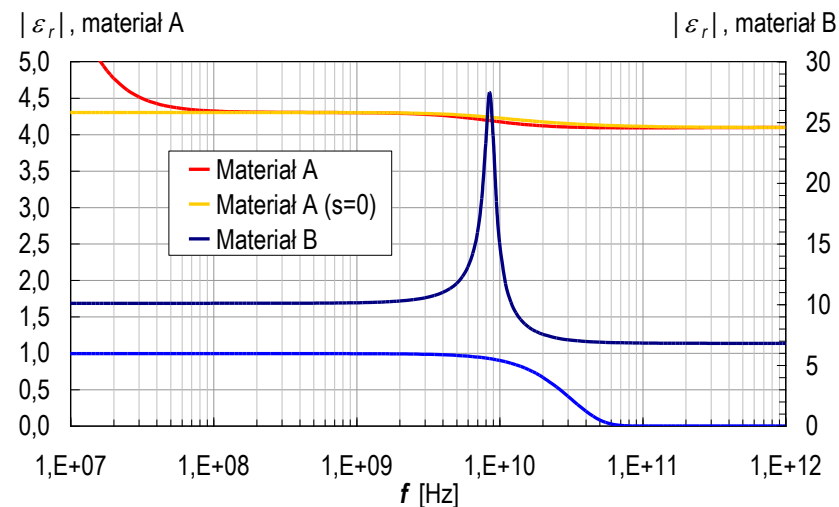
$$\Delta_t = q_{\Delta_t} \cdot \min \left\{ \frac{1}{f_I}, \tau, T_d, T_v \right\}$$



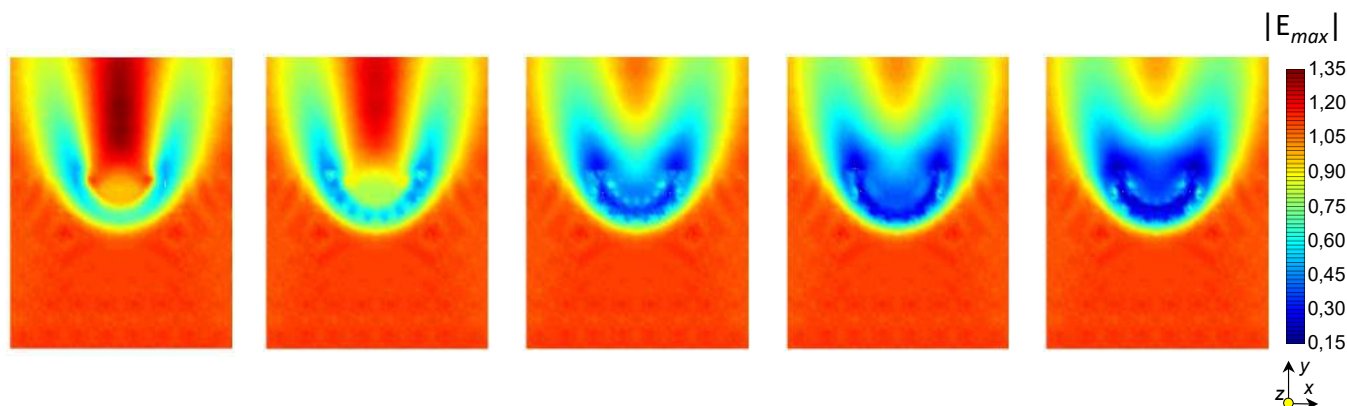
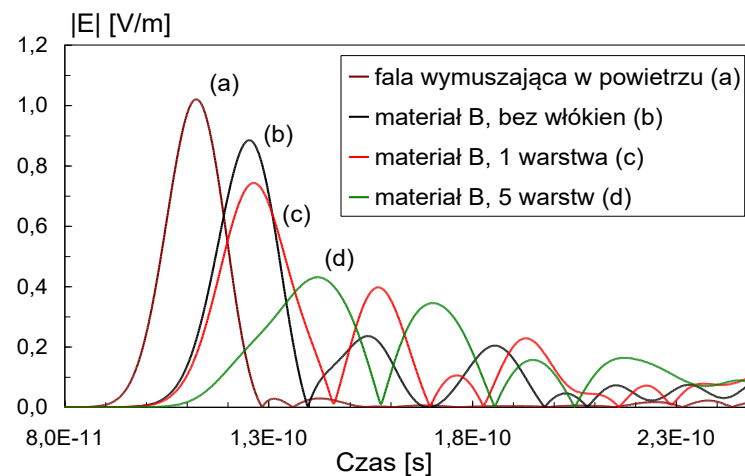
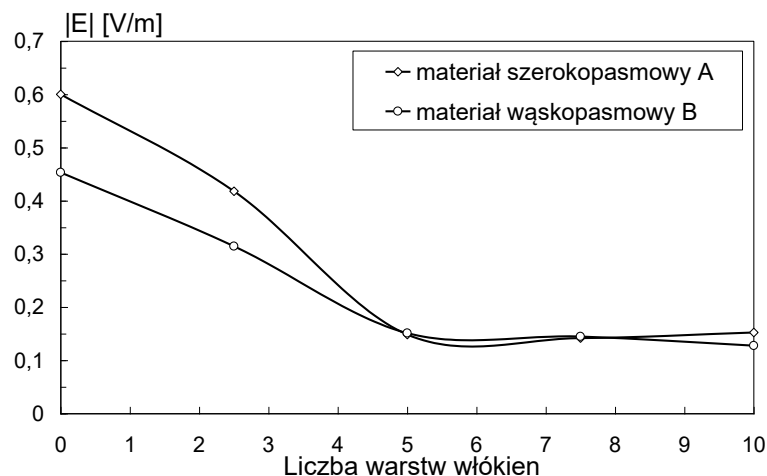
Przykład: dyspersja rezonansowa i włókna przewodzące



Parametr	Materiał A	Materiał B
opis materiału bazowego	tworzywo epoksydowe	tworzywo polimerowe (FR4) + proszek Al
ϵ_{∞} [-]	4,096	6,8
Δ_{ϵ} [-]	0,205	3,3
$f_{o,1}$ [Hz]	$3,95 \cdot 10^{10}$	$8,6 \cdot 10^9$
$f_{d,1}$ [Hz]	$1,998 \cdot 10^{11}$	$1,376 \cdot 10^9$
σ [S/m]	$2,295 \cdot 10^{-3}$	0



Przykład: dyspersja rezonansowa i włókna przewodzące

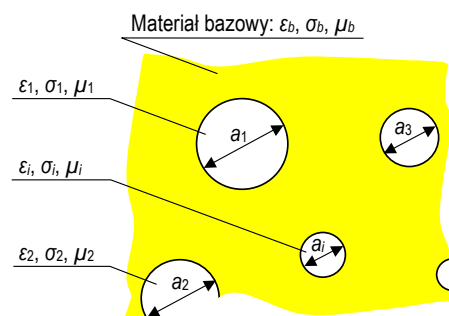


Ujednorodnienie

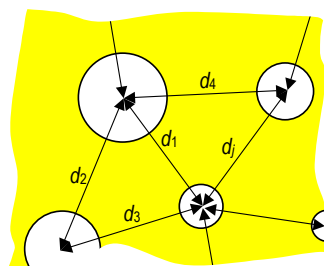
$$\begin{bmatrix} \underline{\varepsilon}_b & \underline{\varepsilon}_1 & \cdots & \underline{\varepsilon}_i & \cdots & \underline{\varepsilon}_I \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{ujednorodnienie}} \underline{\varepsilon}_z(\omega)$$

Założenia:

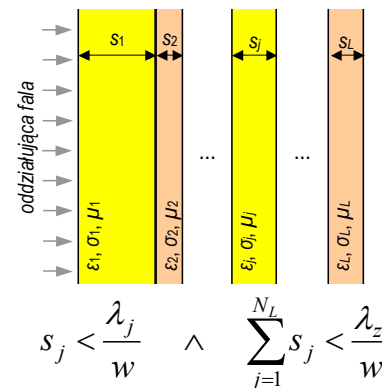
- równomierny rozkład domieszek w materiale bazowym;
- spełniony warunek quasi-stacjonarności;
- zastępczy materiał wykazuje właściwości izotropowe.



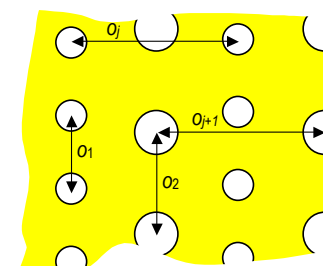
$$\max\{a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_I\} < \frac{\lambda_k}{w}$$



$$\max\{d_1, d_2, \dots, d_j, \dots\} < \frac{\lambda_b}{w}$$



$$s_j < \frac{\lambda_j}{w} \quad \wedge \quad \sum_{j=1}^{N_L} s_j < \frac{\lambda_z}{w}$$



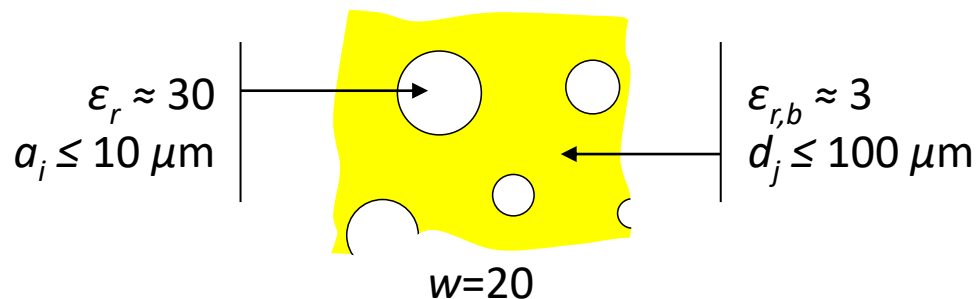
$$\max\{o_1, o_2, \dots, o_j, \dots\} < \frac{\lambda_b}{w}$$

Ujednorodnienie: ograniczenia

$$\lambda_k = \frac{c}{f \sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$$

$$f \leq \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r} \cdot \max\{a_i\} \cdot w}$$

$$f \leq \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{r,b} \mu_{r,b}} \cdot \max\{d_j\} \cdot w}$$



$$f \leq 274 \text{ GHz}$$

$$f \leq 86 \text{ GHz}$$

Ujednorodnienie: schemat działania

Metody analityczne mieszania właściwości

- Maxwell – Garnett

$$\underline{\varepsilon}_{ef} = \underline{\varepsilon}_b + 3p\underline{\varepsilon}_b \frac{\underline{\varepsilon}_i - \underline{\varepsilon}_b}{\underline{\varepsilon}_i + 2\underline{\varepsilon}_b - p(\underline{\varepsilon}_i - \underline{\varepsilon}_b)}$$

- Bruggeman

$$(p-1) \frac{\underline{\varepsilon}_b - \underline{\varepsilon}_{ef}}{\underline{\varepsilon}_b + 2\underline{\varepsilon}_{ef}} = p \frac{\underline{\varepsilon}_i - \underline{\varepsilon}_{ef}}{\underline{\varepsilon}_i + 2\underline{\varepsilon}_{ef}}$$

- Eliot (*coherent potential*)

$$\underline{\varepsilon}_{ef} = \underline{\varepsilon}_b + p(\underline{\varepsilon}_i - \underline{\varepsilon}_b) \frac{3\underline{\varepsilon}_{ef}}{3\underline{\varepsilon}_{ef} + (1-p)(\underline{\varepsilon}_i - \underline{\varepsilon}_b)}$$

Modelowanie (metody numeryczne)

- struktura niejednorodna;
- znane (szacowane) wartości materiałowe składników;
- założona szerokość i struktura warstw;



Algorytm optymalizacji z ograniczeniami



- struktura jednolita (jeden materiał) oraz znana szerokość warstwy;
- obliczenia współczynnika odbicia na podstawie zależności analitycznych - obliczenia parametrów zastępczych;

Podsumowanie

- Możliwa analiza dynamiki zjawisk występujących w układach z materiałami dyspersyjnymi.
- Rezultaty obliczeń stanowią informację przydatną przy budowie rzeczywistych, złożonych elementów o zakładanej strukturze. Prezentowana metoda umożliwia przeprowadzenie wstępnej oceny właściwości elementów.
- Rząd zastosowanego modelu materiału dyspersyjnego, określa w głównym stopniu dokładność algorytmu. Sformułowanie prezentowanej metody umożliwia zwiększenie rzędu materiału, prowadzi to jednak do liniowego wzrostu liczby niewiadomych w układzie i stopnia złożoności obliczeń.
- Wymagania metody są determinowane przez rozmiar siatki elementów skończonych, uzależniony od długości włókien przewodzących.